

## QUALITY OF SERVICE EVALUATION IN IP NETWORKS WITH PEAKED ARRIVAL AND DEPARTURE PROCESSES

### ОЦЕНКА НА КАЧЕСТВОТО НА ОБСЛУЖВАНЕ В IP МРЕЖИ ПРИ НЕРАВНОМЕРНИ ПРОЦЕСИ НА ПОСТЪПВАНЕ И ОСВОБОЖДАВАНЕ

**Seferin T. Mirtchev**

Communication Networks Department, Technical University of Sofia,  
8 Kliment Ohridski St., 1000 Sofia, Bulgaria, tel. (+ 359) 2 965 22 54, e-mail: [stm@tu-sofia.bg](mailto:stm@tu-sofia.bg)

**Сеферин Т. Мирчев**

Катедра „Комуникационни мрежи”, Технически университет – София,  
1000 София, бул. Климент Охридски, № 8, тел. 02 965 22 54, e-mail: [stm@tu-sofia.bg](mailto:stm@tu-sofia.bg),

**Keywords:** single server queue, Poisson and Bernoulli process, state-dependent rates

*Резюме – В този доклад се предлага неравномерните трафични потоци в IP базираните мрежи да се описват чрез обобщени процеси на постъпване и на обслужване с нелинейна зависимост на интензивностите от състоянията на системата. Качеството на обслужване в съвременните телекомуникационни мрежи с пакетна комутация се оценява чрез разработения модел на едноканална система с чакане  $M(g)/M(g)/1/k$  (съгласно означенията на Кендал) при зависещи от състоянието процеси на постъпване и на обслужване. Изследванията се базират на аналитичното продължение на поасоновия входящ и на бернулиевия изходящ процес и на класическата  $M/M/1/k$  система с чакане. Прилагат се техники, основаващи се на процеса на раждане и умирање и на зависещи от състоянията интензивности. Вероятностите на състоянията на системата се получават чрез общото решение на процесите на раждане и умирање. Влиянието на факторите на неравномерност върху разпределението на вероятностите на състоянията, вероятността за загуби и средното време за престой в системата се оценява. Показано е, че зависещите от състоянията интензивности на постъпване и на обслужване променят значително характеристиките на системите с чакане.*

*Abstract – In the paper, the peaked traffic flows in IP based network to describe by generalized arrival and departure processes with nonlinear state dependence intensities is suggested. The quality of service in modern telecommunications networks with packet switching is evaluated by the developed model of a single server delay system  $M(g)/M(g)/1/k$  (by Kendal notation) with state dependent arrival and departure processes. The investigation is based on the analytical continuation of the Poisson arrival and the Bernoulli service process and the classic  $M/M/1/k$  queue. We apply techniques based on birth and death process and state-dependent rates. The state probabilities of the system are obtained using the general solution of the birth and death processes. The influence of the peaked factors on the state probability distribution, the congestion probability and the mean system time is evaluated. It is shown that the state-dependent arrival and service rates changes significantly the characteristics of the queueing systems.*

## 1. УВОД.

Сравнително простите телетрафични модели като едноканалната система с чакане често се използват, за да се получат съществени резултати като предсказване глобалното поведение на системите. Когато се моделират случайните процеси в телекомуникационните мрежи често се приема поасонов процес на постъпване на пакетите и на повикванията, защото този процес има атрактивни теоретични свойства, които значително опростяват анализа.

Основна характеристика на трафичните потоци в съвременните телекомуникационни режими е, че те могат да са неравномерни, равномерни или изгладени. В тези три случая дисперсията на броя постъпили пакети за избран интервал от време е съответно по-голяма, равна или по-малка на математическото очакване. Типичното предаване на пакетите през IP мрежата е на серии (голямо количество данни се предават за кратко време), което води до неравномерни трафични потоци. Неравномерността се причинява от природата на услугите, свързани с предаването на данни. Ето защо има много изследвания, които представят сложни телетрафични системи със специфично поведение като дълговременна зависимост, себеподобие, неравномерност, разпределения на големи опашки и т.н. Един начин да се опише такова поведение е да се обобщят телетрафичните системи чрез зависещи от състоянията интензивности на постъпване и обслужване.

Телетрафичните системи със зависеща от състоянията интензивност на постъпване и (или) на обслужване се прилагат в различни области. Зависещото от състоянията поведение се използва в протоколите за управление на претоварванията в телекомуникационните мрежи. В литературата са описани много изследвания на системи с чакане при зависеща от натоварването скорост на обслужване.

В [2] е изследвана едноканалната система с чакане, при която обслужващото устройство работи с две различни скорости, зависещи от състоянието (празен или непразен) на флуиден буфер. Този модел служи за база за двунивов оформител на трафика в края на АТМ мрежа.

Марковска едноканална система с чакане, крайна опашка и зависеща от състоянията интензивност на постъпване и на задържане е изучена в [12].

В [9] неравномерността на постъпващия процес в модел на мрежа с пакетна комутация се характеризира чрез зависимостите между интервалите на постъпване, зависимостите между времената на обслужване и зависимостите между интервалите на постъпване и времената на обслужване. Тези зависимости се оценяват чрез едноканална система с чакане, на която процесът на постъпване е поасонов с групови заявки, разпределени в различни класове.

В [7] е разработен алгоритъм за изчисляване на вероятностите за блокировка за различните класове услуги в мрежа със загуби при различни зависимости на процесите на постъпване и обслужване от състоянията на системата. Тези зависимости позволяват разглеждане на голямо разнообразие

от буферирани и небуфрирани модели за разпределяне на ресурси при непоасонов трафик, които се използват в мрежи с обходни пътища.

В [1] е изследвана сложна със зависимост от състоянията телетрафична система, а именно  $Mn/Gn/1$ . При нея интензивностите на постъпване и на обслужване зависят от състоянията на системата. Показано е, че вероятностите на състоянията в произволен момент могат да се получат чрез метода на допълнителните променливи.

Информацията за обратна връзка за състоянието на буфера осигурява регулиране на скоростта на предаване на интернет потоците при протокола за управление на предаването (Transmission Control Protocol - TCP). За да се оцени това поведение в [5] се анализира едноканалната система с чакане  $G/G/1$  при зависещи от натоварването интензивност на постъпване и скорост на обслужване.

В [3] е представен TCP механизъм за управление на потоците при линейно нарастване и многократно намаляване. Потоците постъпват на групи от повиквания и се описват с поасонов процес. Времето на обслужване зависи от натоварването на система и скоростта на предаване не надхвърля зададена стойност.

В [11] се въвежда и оценява обобщен поасонов процес на постъпване при зависеща от състоянията интензивност на постъпване. Предложената едноканална система с чакане дава възможност с един модел да се работи при неравномерен, равномерен или изгладен трафик, което го прави привлекателен при анализ на мрежата.

В [4] е представена система с чакане с обратна връзка, показваща натоварването. В зависимост дали размерът на опашката при постъпване на пакет е по-малък или по-голям от зададен праг, сървърът работи с две различни скорости на обслужване. Авторите обсъждат и обобщение при по-голям брой скорости на обслужване.

В [10] е изследвана отворена мрежа на Джаксън, изградена от едноканални системи с чакане при зависещи от дължината на опашката интензивности на постъпване и на обслужване.

В [8] се анализира едноканална система с чакане и крайна опашка, при която интензивността на постъпване зависи от състоянията на системата, а времето на обслужване зависи от дължината на опашката. В резултата от анализа са изведени рекурсивни уравнения.

В последните години има нарастващ интерес към изучаване на телетрафични системи с паузи при обслужването. В [14] е изследвана едноканална система с чакане при входящ поток с различни интензивности в отделните състояния и произволно разпределение на времето за обслужване. Обслужващото устройство може да направи пауза с определена продължителност. За тази система са изведени уравнения на вероятностите на състоянията чрез въвеждане на допълнителна променлива.

В [6] се изучава едноканална система с чакане при зависеща от състоянията интензивност на постъпване и произволно разпределение на времето за

обслужване -  $M(n)/G/1/k$ . Обслужващото устройство следва  $n$  политика и може да направи много паузи, когато системата е празна. В статията е представен рекурсивен алгоритъм, използвайки техниката на допълнителна променлива за изчисляване на разпределението на дължината на опашката.

В [13] се изследва телетрафична система с паузи и откази в зависимост от състоянието на системата.

В този доклад се изследва система с чакане при адаптивни интензивности на постъпване и на обслужване на пакетите в зависимост от натоварването на системата веднага след момента на постъпването или завършване на обслужването. Между тези моменти интензивностите на постъпване и на обслужване остават постоянни и не се променят до следващото постъпване или завършване на обслужването. Така се обобщава класическата едноканална система с чакане при зависещи от състоянията интензивности на постъпване и на обслужване. Използва се обобщение на широко използваните поасонов процес на постъпване и бернулиев процес на освобождаване при нелинейно зависещи интензивности от състоянията на системата. Изследването се базира на аналитичното продължение на поасоновото и на биномното разпределение и на класическата едноканална система с чакане  $M/M/1/k$ . Прилагат се техники базирани на процесите на раждане и умиране и на зависещи от състоянията интензивности. Този обобщен модел може да се използва за анализ на поведението на случайното поведение и на характеристиките на съвременните телекомуникационни системи и мрежи с пакетна комутация.

## 2. МОДЕЛ НА ОБОБЩЕНА ЕДНОКАНАЛНА СИСТЕМА С ЧАКАНЕ

Разглеждаме едноканалната система с чакане  $M(g)/M(g)/1/k$  при обобщен поасонов поток на постъпване  $M(g)$ , зависещо от състоянието експоненциално разпределено време на обслужване  $M(g)$  и размер на опашката  $k$  (фиг.1).



Фиг.1. Обобщена едноканалната система с чакане –  $M(g)/M(g)/1/k$ .

Тази обобщена едноканална система с чакане има следните зависещи нелинейно от състоянията интензивности на постъпване и на обслужване

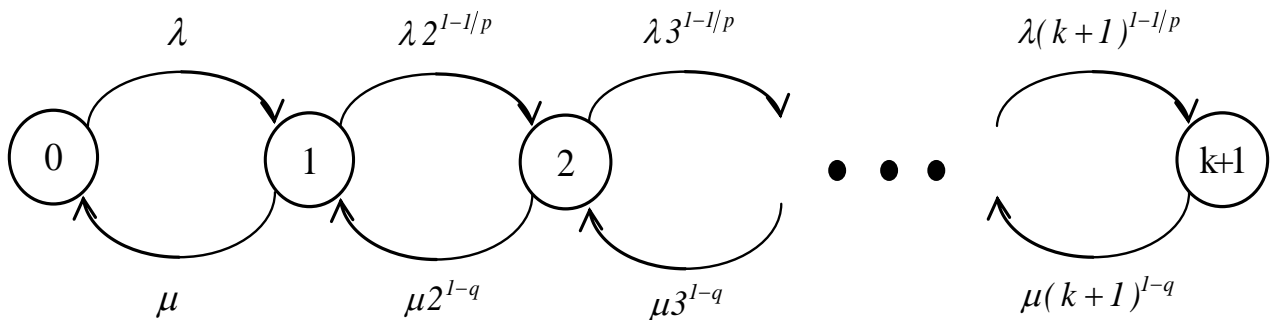
$$(1) \quad \begin{aligned} \lambda_i &= \lambda(i+1)^{1-1/p} \quad \text{при} \quad i = 0, 1, 2, \dots, k+1 \\ \mu_j &= \mu j^{1-q} \quad \text{при} \quad j = 1, 2, 3, \dots, k+1 \end{aligned}$$

където  $p$  е фактор на неравномерност на постъпване;

$q$  е фактор на неравномерност на освобождаване.

С тези два фактора на неравномерност се дефинират зависещи от състоянието интензивности на постъпване и на обслужване и се обобщават случайните процеси на постъпване и на обслужване. Обобщеният поасонов процес на постъпване е неравномерен, равномерен или изгладен, съответно когато  $p > 1$ ,  $p = 1$  или  $p < 1$ . Обобщеният бернулиев процес на обслужване е неравномерен, равномерен или изгладен, съответно когато  $q > 1$ ,  $q = 1$  или  $q < 1$ .

Крайната диаграма на състоянията и преходите на обобщената едноканална система с чакане с нелинейно зависещи от състоянията интензивности на постъпване и на обслужване е показана на фиг.2.



Фиг.2. Диаграма на състоянията и преходите на обобщената едноканална система с чакане – M(g)/M(g)/1/k.

Прилагайки нелинейно зависещите от състоянията интензивности на постъпване и обслужване в общото решение на процеса на раждане и умирање и използвайки означението  $a = \lambda/\mu$  за трафик в изходно състояние на системата, получаваме стационарните вероятности на състоянията

$$(2) \quad P_j = \frac{a^j / (j!)^{1/p-q}}{\sum_{i=0}^{k+1} a^i / (i!)^{1/p-q}} \quad \text{for} \quad j = 0, 1, 2, \dots, k+1.$$

Математическото очакване на нелинейно зависещата интензивност на постъпване на пакети е

$$(3) \quad \bar{\lambda} = \sum_{j=0}^{k+1} \lambda_j P_j = \lambda \sum_{j=0}^{k+1} (j+1)^{1-1/p} P_j.$$

Математическото очакване на нелинейно зависещата интензивност на завършване на освобождаването на пакетите е

$$(4) \quad \bar{\mu} = \sum_{j=1}^{k+1} \mu_j \frac{P_j}{1-P_0} = \mu \sum_{j=1}^{k+1} j^{1-q} \frac{P_j}{1-P_0}.$$

Постъпващият трафик се изчислява чрез средната интензивност на постъпване и средното време за предаване на пакет и е равен на

$$(5) \quad A = \bar{\lambda} \bar{\tau} = \bar{\lambda} / \bar{\mu}.$$

Обслуженият трафик е равен на вероятността едноканалната система да е заета

$$(6) \quad A_o = 1 - P_o.$$

### 3. ХАРАКТЕРИСТИКИ НА ОБОБЩЕНАТА ЕДНОКАНАЛНА СИСТЕМА С ЧАКАНЕ

*Вероятност за загуби.* Вероятността за загуби по време  $B_t$  е равна на вероятността системата да е пълна (всички места в опашката да са заети)

$$(7) \quad B_t = P_{k+1}.$$

*Среден брой на пакетите в системата.* Средният брой на пакетите в системата по дефиниция е равен на

$$(8) \quad L = \sum_{j=1}^{k+1} j P_j.$$

*Средно време за престой в системата.* Чрез формулата на Литъл лесно се определя средното време за престой в системата

$$(9) \quad W = L / \bar{\lambda}.$$

*Средно време за чакане в опашката.* Средното време за чакане в опашката е равно на средното време за престой в системата минус средното време за обслужване

$$(10) \quad W_q = W - \bar{\tau}.$$

### 4. ЧИСЛЕНИ РЕЗУЛТАТИ

Представените в графичен вид числени резултати са получени чрез написана машинна програма на персонален компютър. Характеристиките на обобщената едноканална система с чакане са оценени при широк диапазон на входните параметри.

На фигура 3 е показано разпределението на стационарните вероятности на обобщената едноканална система с чакане  $Mg/M(g)/1/k$  при размер на опашката  $k = 40$ , трафик в изходно състояние на системата  $a = 0.7$  Erl и различни стойности на факторите на неравномерност на постъпване и на обслужване  $p$  и  $q$ . От фигурата се вижда, че когато и двата фактора на неравномерност са по-големи от единица, вероятностите на състоянията могат да нарастват, когато броят на пакетите в системата нараства.

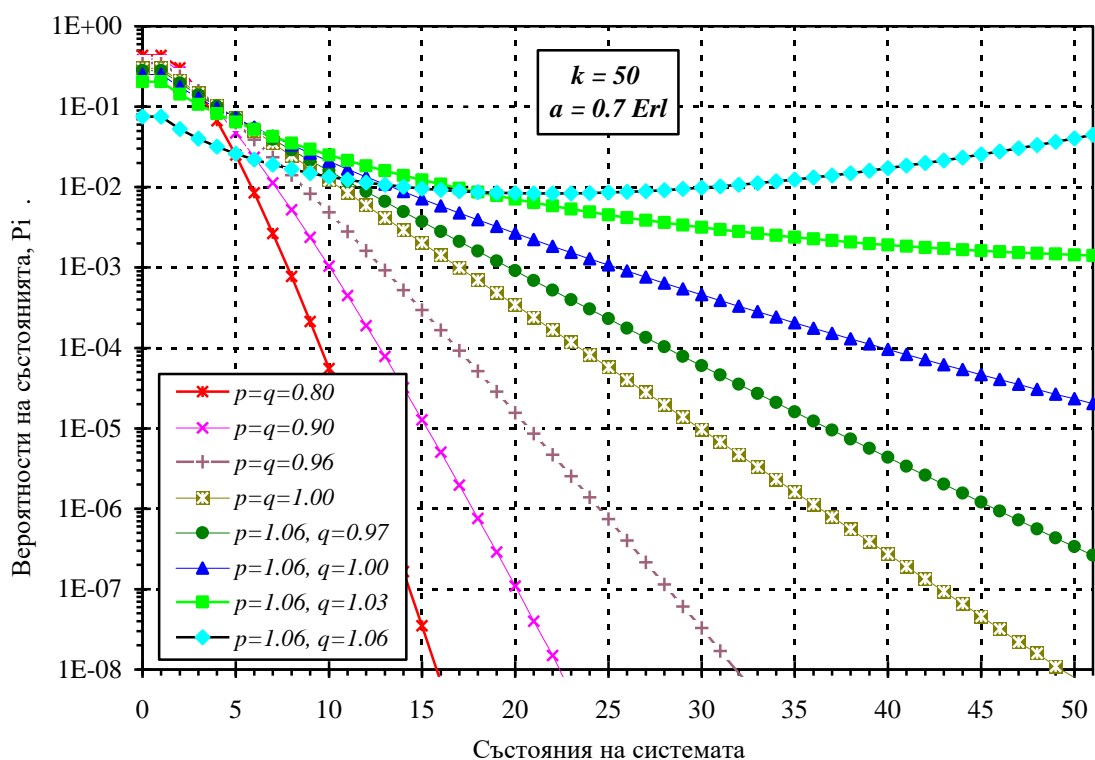
На фигура 4 е представена зависимостта на вероятността за загуби по време от размера на опашката на обобщената едноканална система с чакане  $Mg/M(g)/1/k$  при трафик в изходно състояние на системата  $a = 0.7$  Erl и

различни стойности на факторите на неравномерност на постъпване и на обслужване  $p$  и  $q$ .

Когато и двата фактора на неравномерност са по-големи от единица, влиянието на размера на опашката върху вероятността за загуби е незначително. При голяма неравномерност вероятността за загуби по време може да се увеличи при увеличаване на размера на опашката.

На фигура 5 е дадена зависимостта на нормираното средно време за чакане на пакетите в опашката ( $W' = W_q/\tau$ ) от постъпващия трафика  $A$ , размер на опашката  $k = 90$  и различни стойности на факторите на неравномерност на постъпване и на обслужване  $p$  и  $q$ .

Представените данни показват, че влиянието на факторите на неравномерност на постъпване и на обслужване върху характеристиките на обобщената едноканална система с чакане е значително.

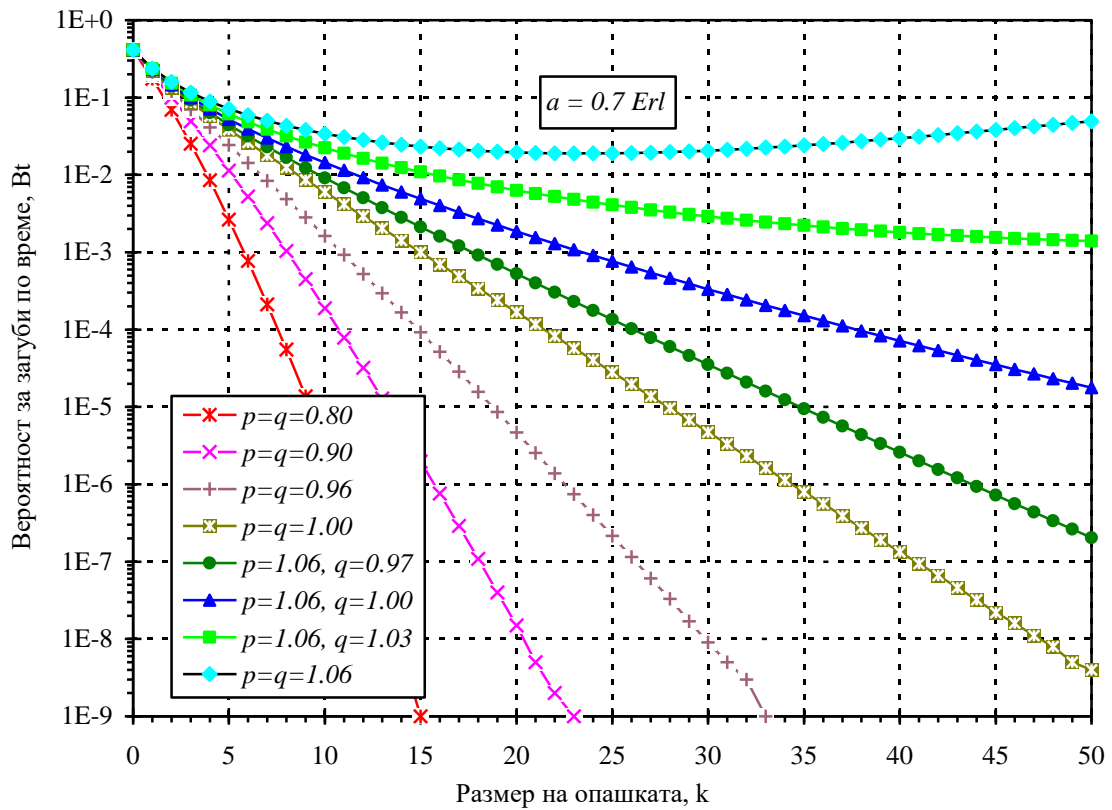


Фиг.3. Стационарни вероятности на обобщената едноканална система с чакане и крайна опашка -  $M(g)/M(g)/1/k$

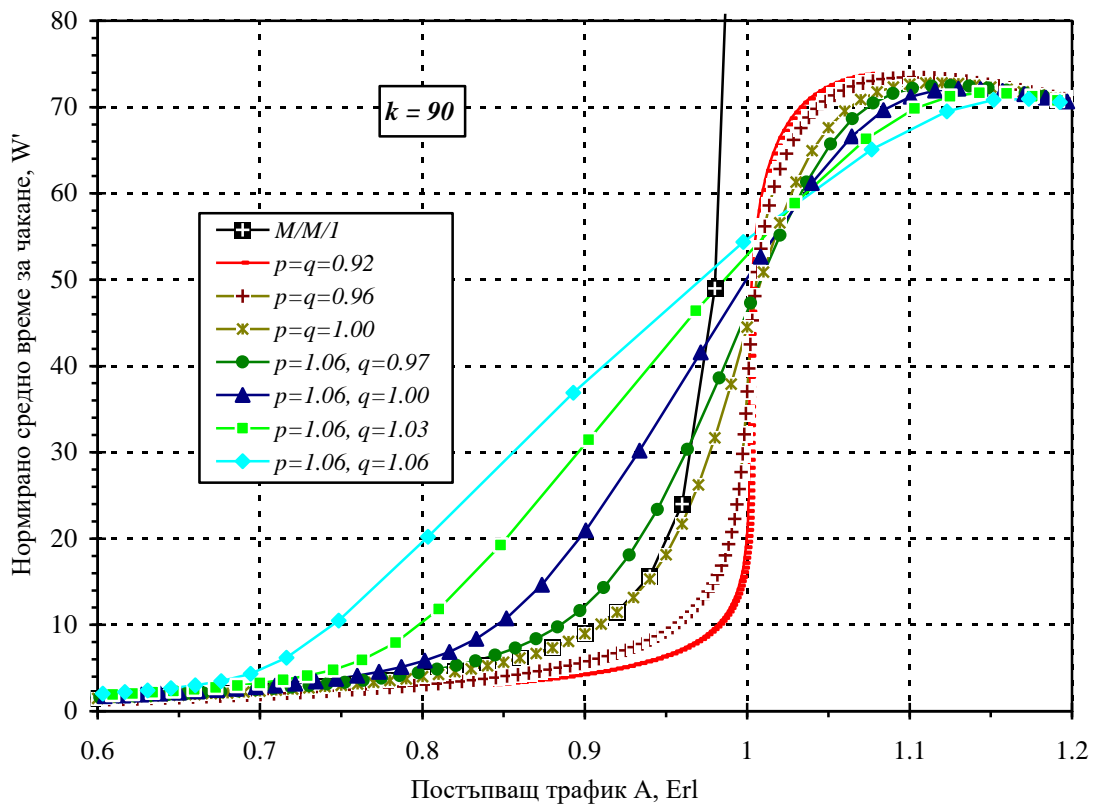
## 5. ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В този доклад са дефинирани обобщен поасонов процес на постъпване и обобщен бернулиев процес на завършване на предаванията на пакети чрез нелинейна зависимост на интензивностите на постъпване и на обслужване.

Изследвана е обобщена едноканална система с чакане  $M(g)/M(g)/1/k$  с крайна опашка при обобщен поасонов процес на постъпване и обобщен бернулиев процес на завършване на предаванията на пакетите. Предложената обобщена едноканална система дава възможност с един модел да се анализират случайните процеси в IP базираните системи и мрежи при неравномерни, равномерни и изгладени трафични потоци.



Фиг.4. Зависимост на вероятността за загуби по време от размера на опашката на обобщената едноканална система с чакане -  $M(g)/M(g)/1/k$



Фиг.5. Зависимост на нормираното средно време за престой от трафика в изходно състояние на обобщената едноканална система с чакане -  $M(g)/M(g)/1/k$



Обобщената едноканална система с нелинейна зависимост на интензивностите на постъпване и на обслужване е подходяща за оценка, управление и оформяне на трафичните потоци в съвременните телекомуникационни мрежи. Тази система може да се използва, за да изследва поведението на реалните телекомуникационни системи и мрежи.

Приложението на телетрафичните системи при нелинейна зависимост на интензивностите на постъпване и на обслужване се определя от възможността да се опишат случайните процеси в съвременните телекомуникационни мрежи. Това е обобщена телетрафична система, която е необходима при планиране на телекомуникационните мрежи.

В заключение считаме, че изследваната обобщена едноканална система с чакане ще е полезна в практиката.

## ЛИТЕРАТУРА

- [1] Abouee-Mehrizi H., O. Baron. State-dependent  $M/G/1$  queueing systems. *Queueing Systems*, Vol. 82, Issue 1, 2016, pp 121–148.
- [2] Adan I., E. van Doorn, J. Resing, and W. Scheinhardt. Analysis of a single-server queue interacting with a fluid reservoir. *Queueing Systems*, N: 29, 1998, pp. 313–336.
- [3] Altman E., K. Avratchenkov, C. Barakat, and R. Nunez-Queija. State dependent  $M/G/1$  type queueing analysis for congestion control in data networks, *IEEE INFOCOM*, Anchorage, Alaska, Vol. 3, April, 2001, pp. 1359-1359.
- [4] Bekker R. and O. Boxma. An  $M/G/1$  queue with adaptable service speed. *SPOR-Report* (reports in statistics, probability and operations research), Eindhoven University of Technology, 2005.
- [5] Bekker R., S. Borst, O. Boxma, O. Kella. Queues with Workload-Dependent Arrival and Service Rates. *Queueing Systems*, Vol. 46, Issue 3, 2004, pp. 537-556.
- [6] Chao X., A. Rahman. Analysis and computational algorithm for queues with state-dependent vacations II:  $M(n)/G/1/K$ . *Jrl Syst Sci & Complexity*, N: 19, 2006, pp. 191–210.
- [7] Choudhury G., K. Leung, W. Whitt. An inversion algorithm for loss networks with state-dependent rates, *Infocom*, Fourteenth Annual Joint Conference of the IEEE Computer and Communication Societies, Vol. 2, 1995, pp. 513-521.
- [8] Gupta U., T. Srinivasa Rao. On the analysis of single server finite queue with state dependent arrival and service processes:  $M(n)/G(n)/I/K$ , *OR Spektrum*, N: 20, 1998. pp. 83-89.
- [9] Fendick K., V. Saksena and W. Whitt. Dependence in packet queues, *IEEE Transactions on Communications*, Vol. 37, Issue 11, 1989, pp. 1173 – 1183.
- [10] Lee C., A. Puhalskii. Non-Markovian state-dependent networks in critical loading, *Stochastic Models*, Vol. 31, Issue 1, 2015, pp. 43-66.
- [11] Mirtchev S. and I. Stanev. Evaluation of a Single Server Delay System with a Generalized Poisson Input Stream. *ITC19*, Beijing, China, Vol. 6a, 2005, pp. 553-542.
- [12] Ramesh kumar E, S. Dharsana. Analysis of  $M/M/1$  queueing system with state dependent arrival and detainment of retracted customers. *Malaya J. Mat. S(1)*, 2015, pp. 89-98.
- [13] Shinde V. and Patankar D. Performance Analysis of State Dependent Bulk Service Queue with Balking, Reneging and Server Vacation. *International Journal of Operational Research Nepal - IJORN*, N: 1, 2012, pp. 61–69.
- [14] Singh C., M. Jain, B. Kumar. Analysis of  $M/G/1$  queueing model with state dependent arrival and vacation. *International Journal of Industrial Engineering*, 2012, pp. 2-8.